

# Relaxation lagrangienne pour le calcul de Bid Price en Revenue Management hôtelier

Stéphane Lautier<sup>1</sup>, Benoît Rottembourg<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> EURODECISION

9A rue de la porte de Buc, 78000 Versailles  
{stephane.lautier, benoit.rottembourg}@eurodecision.com

<sup>2</sup> LINA; Ecole des Mines de Nantes

Rue Alfred Koestler, ... Nantes

**Mots-clés :** *Revenue Management, Relaxation Lagrangienne, Bid Price, Hôtellerie de plein air, Hôtellerie Economique, Network Optimization*

## 1 Introduction

Les managers d'hôtels ou de camping sont confrontés chaque jour à quantité de demandes de réservation de nuitées qui entrent en "compétition" sur la capacité disponible. Ces demandes, issues de canaux de vente différents ont à la fois des durées de séjour multiples et des tarifs (ou des taux de discount) variables. Une des missions du Revenue Management est d'aider à l'arbitrage entre ces réservations candidates pour maximiser la recette de l'hôtel. L'objet de cette présentation est de décrire une méthode de calcul de l'espérance de revenu, qui prenne en compte la dynamique temporelle des réservations et fournisse des instruments d'arbitrage sous la forme de Bid Price. Un Bid Price représente classiquement en Revenue Management le coût d'opportunité au dessous duquel il faudrait refuser une réservation.

## 2 Un problème de calcul de Bid Price relâché

### 2.1 Description du problème

Le modèle étudié prend en compte les différents tarifs proposés pour des séjours de longueur variable débutant à diverses périodes de l'année. Deux séjours identiques en durée et en date de début peuvent avoir des tarifs différents liés aux modes de distribution : les Comités d'Entreprise, par exemple, peuvent bénéficier de conditions tarifaires avantageuses, mais réserve longtemps à l'avance. On supposera connue la probabilité d'arrivée des réservations de séjour. Cette probabilité est exprimée en discrétisant la période durant laquelle les réservations peuvent arriver et on associe à chaque période de temps et à chaque type de réservation sa probabilité d'arrivée dans la période. La fonction objectif optimise l'espérance de gain sur l'ensemble de l'horizon, en tenant compte des contraintes de capacité et de la demande. Les variables de décision sont l'acceptation ou le refus de chaque requête. On peut en extraire une matrice de Bid Price adaptée à la période en cours et à la capacité restante.

### 2.2 Relaxation Lagrangienne

Le modèle doit prendre une décision pour chaque requête à chaque période et pour chaque état réalisable (capacité restante sur chaque jour). De toute évidence, l'explosion combinatoire du graphe d'état ne permet pas un traitement explicite par programmation dynamique apte à résoudre de manière exacte le problème d'optimisation stochastique en jeu.

TOPALOGLU [1] a proposé une relaxation lagrangienne pour ce problème dans un contexte de Revenu Management aérien et l'a expérimentée sur des réseaux de faible diamètre. Transposée au contexte hôtelier, sa relaxation consiste à décomposer la gestion de la capacité par jour. Autrement dit, il introduit de nouvelles variables de décisions permettant de choisir d'accepter ou refuser un jour au sein d'un séjour (et non plus le séjour dans son ensemble) et relâche les contraintes assurant la cohérence entre les décisions sur les jours et les séjours. Par exemple, pour un client demandant une chambre pour un week-end, la relaxation permet d'accepter la vente pour le samedi, mais pas pour le dimanche. Cette relaxation produit de fait une borne supérieure du revenu maximal espéré, qu'il s'agit donc de minimiser au sens du dual Lagrangien. TOPALOGLU propose une méthode de sous-gradient, avec des multiplicateurs de Lagrange initialement nuls.

### 2.3 Recherche de bons multiplicateurs de Lagrange initiaux

La convergence de la relaxation par la méthode des sous-gradients s'avère lente, particulièrement dans des contextes où à la fois la capacité est importante et où la longueur des séjours est grande, comme c'est le cas en hôtellerie. Nous avons cherché à améliorer la vitesse de convergence de l'algorithme du sous-gradient en initialisant les multiplicateurs de Lagrange à des valeurs améliorant la fonction objectif (minimisant le revenu espéré). Nous avons exploité certaines propriétés du dual pour caractériser des solutions dominantes. Dans la pratique, les coefficients ainsi construits donnent souvent des résultats satisfaisants dès les toutes premières itérations, fournissant ainsi une "heuristique" efficace pour le calcul des Bid Price.

### 2.4 Résultats expérimentaux

La méthode a été testée dans le cadre de données d'hôtellerie et d'hôtellerie de plein air sur des jeux réels des saisons hautes 2011 et 2012 en France, en Espagne et en Italie. Elle a été comparée à deux autres méthodes de calcul de Bid Price, traditionnellement utilisées dans les solutions de Revenu Management : le DLP et le DDLP (respectivement Deterministic Linear Program et Dynamic Deterministic Linear Program). On peut voir ci-dessous un extrait des résultats obtenus qui confirment l'intérêt de l'approche dans un contexte hôtelier.

	Revenu théorique (Borne Sup)	Revenu pratique (Borne Inf)
DLP	8 125	7 771
DDL	8 125	7 934
RL	<b>8 042</b>	<b>7 982</b>

TAB. 1 – Extrait de résultats

Nous présenterons des résultats de "robustesse" de la méthode face à des erreurs de prévisions et montrerons l'influence des types de structures tarifaires sur les performances comparées des trois méthodes.

## Références

- [1] H. Topaloglu. Using Lagrangian Relaxation to Compute Capacity-Dependent Bid Prices in Network Revenue Management. *Oper. Res.* 57, no. 3 (mai 2009): 637–649.