Méthode de décomposition pour la planification de la maintenance sur un réseau ferroviaire

Grégoire Spiers[1,2], Lynda Rousseau[2], Renaud Rivoallan[2]
[1] Amadeus s.a.s
485 route du Pin Montard 06902 Sophia Antipolis Cedex
gregoire.spiers@amadeus.com
[2] EURODECISION
9A rue de la porte de Buc 78000 Versailles
{lynda.rousseau, renaud.rivoallan}@eurodecision.com

Mots-clés : *optimisation, programmation linéaire, décomposition, Benders, ferroviaire.*

1 Introduction : maintenance sur un réseau ferroviaire

Dans le cadre du projet de recherche européen AUTOMAIN [1], nous nous intéressons à la planification de tâches de maintenance sur un réseau ferroviaire. Le problème étudié concerne l'insertion d'opérations de maintenance dans une grille horaire de trains commerciaux. Une opération de maintenance pouvant se décomposer de plusieurs manières en tâches élémentaires, le but est donc de choisir la meilleure décomposition ainsi que l'heure de début de chacune des tâches correspondantes, éventuellement en retardant ou annulant des trains commerciaux.

Ce problème de planification peut être modélisé en un problème linéaire en variables mixtes et peut alors être résolu par un solveur commercial adapté. Cependant, le modèle comporte des constantes de linéarisation de type Big-M qui réduisent la qualité de la relaxation associée. De plus nous souhaitons pouvoir faire face à de grandes instances face auxquelles la modélisation linéaire montre rapidement des limites. Nous présentons donc dans la suite une méthode de décomposition pour ce problème dans l'esprit de la décomposition de Benders.

2 Coupes de Benders combinatoires

Dans l'esprit de la méthode de Benders traditionnelle, nous séparons la partie difficile du problème correspondant aux variables discrètes avec sa partie facile correspondant aux variables continues. Le problème est ainsi modélisé par deux sous-problèmes ne faisant pas intervenir de Big-M. On résout par exploration arborescente le problème maître difficile :

$$\begin{cases} \min_{x\in\mathbb{Z}^n} \sum_{i=1}^n \delta_i x_i \\ x \in \{C_{dis}\} \end{cases} \tag{1}$$

où C_{dis} représente les contraintes linéaires sur les variables discrètes. En chaque noeud, on analyse la faisabilité du problème secondaire correspondant :

$$\begin{cases} \min_{y\in\mathbb{R}^m} 0 \\ y \in \{C_{cont}, C_{imp}\} \end{cases} \tag{2}$$

où C_{cont} représente les contraintes linéaires sur les variables continues et C_{imp} les contraintes d'implication de la forme

$$x_i = 1 \Rightarrow y \in C_{imp} \tag{3}$$

qui désignent une contrainte continue valable seulement pour certains noeuds de l'arbre. Si ce problème secondaire est réalisable, on possède alors une solution du problème complet. Sinon, on peut déduire une coupe dans le problème principal en cherchant les contraintes incompatibles du problème esclave. On ajoute ainsi au fur et à mesure l'information associée aux variables continues dans le problème principal pour l'orienter dans sa recherche.

Pour converger de manière efficace, plusieurs procédures d'accélération et choix d'implémentation sont possibles et peuvent faire varier fortement l'efficacité de l'algorithme en pratique. Nous nous sommes en particulier intéressés à la recherche efficace de contraintes incompatibles dans un problème linéaire, à la fréquence optimale d'ajout de coupes ainsi qu'à la portée de ces coupes.

3 Résultats et conclusion

Les résultats obtenus mettent en évidence la très grande efficacité de la programmation linéaire sur les instances de petite taille. En revanche, sur les instances plus grandes, il est possible d'obtenir des gains de temps significatifs en utilisant la méthode de décomposition.

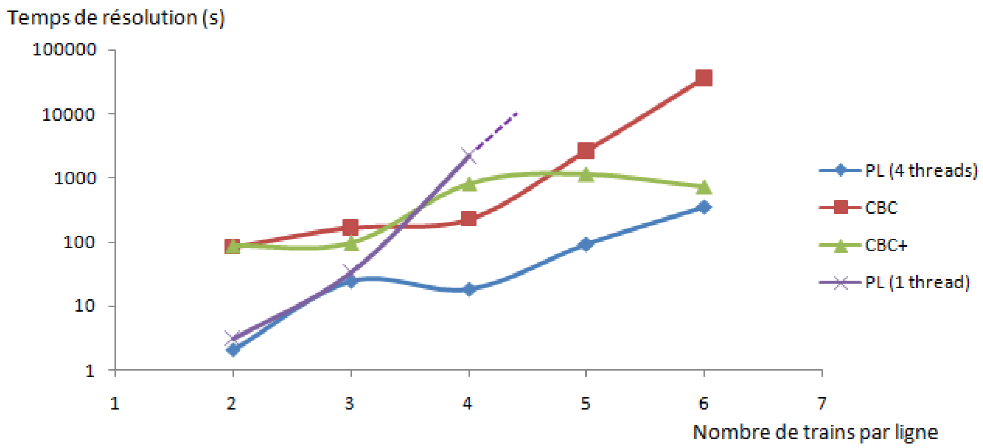

FIG. 1 – Temps de résolution en fonction de la complexité de l'instance pour différentes méthodes de résolution

Malgré l'amélioration permanente des solveurs commerciaux, il est toujours nécessaire de s'intéresser à des méthodes de résolution alternatives pour traiter les MIP de grande taille. Nous présentons dans cet article un problème d'ordonnancement de tâche de maintenance que nous avons modélisé et avons résolu par une méthode de décomposition peu documentée et à notre connaissance jamais employée pour ce type de problème. Nous proposons des améliorations de cette méthode, qui fournit des résultats très prometteurs sur des grandes instances et de nombreuses recherches peuvent encore être conduites pour l'améliorer.

Références

[1] AUTOMAIN, www.automain.eu

[2] G. Codato, M. Fischetti. Combinatorial Bender's cuts for mixed-integer linear programming, 2005

[3] J. Gleeson, J. Ryan. Identifying minimally infeasible subsystems of inequalities.

[4] O. Liess, S. Gueye. Problématiques d'ordonnancement ferroviaire, 2008

[5] M. Fischetti, D. Salvagnin, A. Zanette. Minimal infeasible subsystems and Benders cuts.